

ВОПРОСЫ ТЕОРИИ

Модель динамики государственного долга России

Смирнов А.Д.

В статье рассматривается стохастическая модель динамики заимствований правительства, которая использует рикардианскую традицию анализа государственного долга и сеньоража. Устанавливаются содержательные аналогии между макроэкономическим анализом монетарных процессов, с одной стороны, и теорией финансовых опционов и долга, - с другой. Модель позволяет идентифицировать на фактических данных причины дефолта 1998 г. по российскому внутреннему долгу.

В основе предположения, что старый долг оплачен, лежит то обстоятельство, что мы заключили новый заем на гораздо большую сумму...

Д. Рикардо «Опыт о системе фундированных займов», [1].

Российский государственный внутренний долг (ГКО-ОФЗ) за период 1994-1998 гг. вырос примерно в 30 раз, превысив 435 млрд. руб. в канун августовского кризиса 1998 г. [2], когда финансовый пузырь долговых обязательств правительства лопнул. Одновременно произошедшие катастрофическая девальвация рубля, коллапс банковской системы и отказ российского правительства от платежей по внутреннему долгу явились в совокупности событием, которое объективно разделило различные этапы переходного периода, имело огромные экономические и социально-политические последствия. Оно не могло не вызвать, и вызвало, оживленную дискуссию, в том числе и научную. В этой связи хотелось бы подчеркнуть, что данная работа содержит теоретический анализ проблемы, причем в достаточно абстрактной ее постановке, а не направлена на поиски правых и виноватых. «Не суди, и не судим будешь», а история, в конце концов, не имеет сослагательного наклонения. Россия, безусловно, восстановит свой статус на развивающихся финансовых рынках, равно как и рынок внутреннего долга. Научное понимание механизмов работы этих рынков в условиях высокой неопределенности социально-экономической среды имеет поэтому огромное теоретическое и практическое значение для формирования в дальнейшем эффективной монетарной политики и рациональной стратегии заимствований.

Смирнов А.Д. - профессор, доктор экономических наук, действительный член Российской академии естественных наук, ГУ ВШЭ.

Статья поступила в Редакцию 25 апреля т.г.

В мировой практике случаи отказа правительства от выполнения своих финансовых обязательств нередки, хотя, как правило, дефолт объявляется по внешнему (суверенному) долгу. Между тем, самой большой «неожиданностью», если так можно выразиться, российского дефолта 1998 г. явился отказ от платежей именно по внутреннему долгу. Событие - более чем интересное и удивительное. Нехватка валютных резервов, ведущая к дефолту по внешнему долгу, для развивающейся, а в России - стагнирующей, переходной экономики - неприятное, но вполне понятное и объяснимое явление. Понятен и дефолт по внутреннему долгу для страны с ограниченным правом эмиссии собственной валюты, например, придерживающейся системы «currency board». В принципе, последнее - это вариант дефолта по суверенному долгу. Россия же, по крайней мере формально, не была лишена права чеканить свою собственную монету.

Редукция проблемы общего кредитного риска к дефолту по внутреннему долгу чрезвычайно интересна в теоретическом плане, поскольку ставит вопрос о причинах и следствиях последнего как бы в двух плоскостях. Во-первых, данное событие требует теоретического объяснения, прежде всего в свете выяснения истинных взаимосвязей между государственным долгом и источниками его покрытия, т.е. налогами, новыми заимствованиями и сеньоражем. Действительно, несколько странно, что государство, способное свободно эмитировать рубли, отказывается по каким-то причинам оплачивать рублими свои рублевые долги. В этой связи ссылки на конвертацию, т.е. представление проблемы как варианта проблемы внешнего долга вряд ли убедительны. Более естественно (и возможно не столь скандальный дефолт и провоцировать коллапс банковской системы¹). Сложнее с оценкой инфляционных последствий денежной эмиссии. Однако монетарная компонента инфляции - это, как правило, одно из долгосрочных последствий роста предложения денег. Кроме того, основным фактором возможного ускорения инфляции явилась бы, скорее всего, девальвация рубля, и то в значительной степени компенсированная, учитывая резкую несбалансированность денежного рынка России предкризисного периода. В любом случае данная проблема требует соответствующих расчетов, однако, судя по всему, использование возможностей, открывающихся при усилении эмиссии сеньоража, по разным причинам даже не обсуждалось. Во всяком случае в данном направлении реальных движений не было. Более того, эмиссия сеньоража резко сократилась именно в период кризиса: за июль-август 1998 г. прирост денежного агрегата М2 составил отрицательную величину -16,4 млрд. руб., что естественно, резко обострило проблему ликвидности, столь существенную в период краха рынка долгов, так и фондового рынка.

Отказ правительства платить именно по внутреннему долгу имеет принципиальный характер, и ставит новый, казалось бы неожиданный, вопрос. Если сеньораж исключается из арсенала инструментов финансирования долга, следовательно, и бюджетного дефицита, то можно ли вообще расплатиться с долгами? Иными словами, если налогов явно недостаточно для обслуживания долга, то может ли существовать устойчивая траектория для соответствующего дифференциального уравнения долга? Определенная идеализация действительности позволя-

¹) В российском экономическом контексте можно сказать, что на рынок внутренних государственных долгов нерезиденты долгое время не допускались. Определенное усложнение процедур репатриации нерублевых доходов, начиная с высоких номиналов, явилось бы «естественным» продолжением подобной практики.

ет сформулировать проблему выплаты долга и надежности должника (credit risk) следующим образом. *Может ли правительство, проводящее в переходной экономике ответственную политику на рынке государственных долгов, оказаться на грани фактического дефолта?*

Парадоксально, но стохастическая модель динамики долга и сеньоража дает положительный ответ на поставленный вопрос. Действительно, даже правительство, которое является надежным должником, т.е. ситуация, указанная в эпиграфе и известная сейчас в теории как игра Понци (Ponzi game), полностью исключена, может оказаться не в состоянии выплачивать накопленный долг. Четкое осознание данного момента, на наш взгляд, имеет огромное значение, ярко высвеченное августовским 1998 г. кризисом российских финансов. Предлагаемый ответ, разумеется, справедлив в рамках определенной гипотезы относительно структуры финансового рынка в переходной экономике и поведения на нем правительства и частных инвесторов. Целью настоящей работы является подтверждение высказанного тезиса как логически - на основе предлагаемой модели, так и эмпирически - на основе фактических данных экономического развития России в период 1994-1998 гг.

О рикардианской традиции анализа долгов и денег

В политико-экономическом аспекте предлагаемая модель основана на восстановлении рикардианской традиции анализа связи государственного долга и денежного обращения. Несмотря на неоднократные указания *Д. Рикардо* о значимости и содержательности такой зависимости, последняя, по нашему мнению, оказалась как бы в тени из-за чрезмерного увлечения макроэкономистов так называемой «рикардианской эквивалентией» [3]. Это утверждение в современных терминах сформулировано *Р. Барро* [4] и имеет большое значение для выработки макроэкономической политики. Оно, коротко говоря, состоит в том, что типичный потребитель рассматривает текущие долги правительства, следовательно уменьшение налогов в настоящем, как отложенное, хотя и дисконтированное, увеличение налогов в будущем, а значит, скорее всего, не увеличит свое текущее потребление. Данное утверждение выполняется, однако, при весьма жестких ограничениях, налагаемых на поведение и предпочтения экономических агентов, а его справедливость для общего случая макроэкономического поведения породила колоссальную дискуссию.

Для нашего исследования, однако, представляет интерес не результат, а именно трактовка «эквиваленции Барро-Рикардо» как категории чисто фискальной, устанавливающей связь между долгами и налогами. Государственный долг, между тем, аккумулирует воздействие не только фискальных факторов - доходов и налогов, но и монетарных потоков. Определенная алогичность «эквиваленции Барро-Рикардо» состоит в том, что, с одной стороны, дефицит бюджета финансируется как посредством налогов, так и эмиссии денег и долгов. Накопление бюджетного дефицита, в свою очередь, образует государственный долг, который, однако, согласно указанной выше трактовке «эквиваленции Барро-Рикардо» оплачивается, прежде всего, налогами²⁾. С формальной точки зрения, подобная трак-

²⁾ Разумеется, инфляционные последствия финансирования дефицита за счет эмиссии денег неоднократно привлекали внимание экономистов. Более того, анализ соответст-

товка «рикардианской эквиваленции» достаточно понятна, поскольку позволяет избавиться от неопределенности в уравнении финансирования государственного долга, оставляя лишь одну из двух автономно задаваемых функций, а именно налоги. Признавая правомерность трактовки долга в терминах доходов (налогов), следует иметь в виду, однако, двойственную природу государственного долга, что, собственно, принципиально отличает его от частного долга: доходы государства – это не только налоги и сборы, но и сеньораж.

Известно, что сам *Д. Рикардо* высказывался по проблеме «долг-налоги» значительно менее категорично и, что самое главное, определял зависимость долга не только от налогов, но и от эмиссии денег. Именно на этот аспект связи между суверенным долгом, с одной стороны, и денежным обращением мы хотим обратить внимание. Пожалуй, наиболее глубоко и четко зависимость стоимости суверенного долга от эмиссии денег (сеньоража) обоснована *Д. Рикардо* в его яркой полемической работе «Предложения в пользу экономного и устойчивого денежного обращения...» [5]. Научная глубина этого исследования, равно как и актуальность рекомендаций *Д. Рикардо* «по управлению делами национального долга» (там же, с.153) особенно значимы, если вспомнить, что в тот период Английский банк был частным, а эмиссия банкнот не была монополией государства.

Признание существования причинно-следственной связи между долгами и денежной эмиссией, в принципе, не удивительно для финансиста, который испокон веков строит свое рациональное поведение на рынке долгов (interest rate instruments), ориентируясь на зависимость, и как правило линейную, между рыночной стоимостью долга и величиной стоимости купонных выплат³⁾. Между тем, *Д. Рикардо*, как известно, был не только великий теоретик, но и весьма удачливый финансист-практик. В макроэкономическом контексте каузальность долгов и денег не только ставит естественные ограничения на использование фискальных инструментов, что особенно важно для выбора «номинальных якорей», но и акцентирует инфляционные последствия долга, поскольку неустойчивые траектории динамики долга (игры Понци) порождаются именно монетарными факторами.

Восстановление правильных акцентов в анализе причинно-следственных связей между государственным долгом, с одной стороны, и налогами и деньгами – с другой, или, что то же самое, восстановление истинно рикардианской традиции, по нашему мнению, имеет не только академический интерес. Анализ российского кризиса 1998 г. говорит о том, что значительные расходы на обслуживание долга не предотвратили существенное падение его рыночной стоимости, что могло бы иметь место при изменении композиции последних, прежде всего, за счет увеличения размеров эмиссии сеньоража. Это и понятно, поскольку в одном случае речь идет о доходах и фискальных процессах, а в другом – о деньгах.

Рикардианское уравнение денег и долгов

В нашей упрощенной модели исследуется только монетарный аспект долговой динамики. Транзакционная компонента денежного спроса фиксирована, а де-

вующих траекторий стимулировал развитие нетрадиционных методов решения дифференциальных уравнений долговой динамики.

³⁾ Известно, что для дисконтных облигаций, в частности для популярных сейчас стрипсов (STRIPS), условие нулевого купона трактуется как частный, хотя и очень важный случай.

нежный рынок находится в равновесии. Последнее утверждение для переходной экономики, правда, далеко не бесспорно и подвергается обоснованному сомнению рядом экономистов, например [6]. Правительство полагается ответственным должником, обслуживающим свой долг по известной и постоянной безрисковой ставке процента $r > 0$ и имеющим твердое намерение выкупить долг в полном объеме. Для детерминированного процесса динамики долга, который считается однородным и непрерывным, а соответствующие функции - дифференцируемыми по времени, уравнение финансирования бюджетного дефицита можно записать как

$$(1) \quad \dot{B} = rB - S + (G - T),$$

где B - номинальная стоимость долга, $S = \dot{M}$ - номинальная стоимость сеньоража, r - безрисковая ставка доходности государственного долга (riskless holding period return)⁴. Для заданных значения долга в начальный момент и функций сеньоража и первичного дефицита решение такой системы имеет, однако, неустойчивую траекторию. С финансовой точки зрения уравнение (1) также ставит ряд проблем.

Государство предстает как монопольный эмитент долговых обязательств - денег (долгов с отрицательной нормой реальной доходности, равной темпу инфляции) и облигаций (долгов в собственном смысле, с положительной нормой реальной доходности)⁵. Совокупность большого количества частных инвесторов конкурируют на финансовом рынке, формируя спрос на государственный долг через требования к общей доходности активов и сопоставляя купонную доходность и рост (снижение) капитальной стоимости активов. Частные инвесторы составляют портфели из реальных денежных балансов и (в данной модели) государственных облигаций.

Портфельный анализ данного процесса напрямую вряд ли применим, так как абсолютно нерационально приобретать активы с отрицательной доходностью. В общем случае, следовательно, необходимо объяснить потребность в «ликвидности», например посредством включения переменной денег в функцию полезности типичных инвесторов. Соответствующие подходы, например *Сидрауцко*, достаточно хорошо разработаны в современной литературе [7], однако, их использование требует значительно более жестких условий, налагаемых на поведение макроэкономических агентов.

Между тем, проблемы устойчивости и формирования финансового портфеля инвесторами могут быть решены для уравнения динамики долга (1) непосредственно. Для этого следует задать не начальные, а терминальные условия для уравнения (1) и использовать существование параметрической зависимости стоимости долга от первичного дефицита и сеньоража.

Предположим, что налоги полностью финансируют первичный дефицит, а сеньораж - единственный источник финансирования однородного государствен-

⁴ В макроэкономической теории обычно используется уравнение долга в реальных значениях, т.е. с поправкой на инфляцию. Поскольку проблема инфляционного налога нас не интересует, то номинальные значения - более удобны, особенно для практических расчетов.

⁵ Хотя фактически в отдельные периоды реальная доходность может быть отрицательной, эти ситуации здесь не рассматриваются. В любом случае реальная норма доходности облигаций будет выше инфляции.

ного долга. Это, впрочем, не принципиальное упрощение - достаточно указать на то, что даже в середине 1998 г. беспроцентная часть российского бюджета расходов полностью покрывалась налогами⁶⁾. Таким образом, если $G - T = 0$, то уравнение

$$(2) \quad \dot{B}_t = rB_t - S_t,$$

в котором рыночная стоимость долга параметрически зависит от сеньоража, имеет явно выраженный рикардианский смысл. Сеньораж здесь играет роль купонных выплат, которые правительство производит по своим долгам. Заметим, что если прирост капитальной стоимости долга - постоянная величина, то (2) превращается в обычное (алгебраическое) уравнение долга, где стоимость долга есть линейная функция сеньоража, или купонных выплат.

Для положительной безрисковой (непрерывно начисляемой) ставки процента $r > 0$ устойчивое решение уравнения (2) должно удовлетворять терминальному условию

$$(3) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} S_t e^{-rt} = 0$$

и может быть найдено в виде:

$$(4) \quad B(t, S) = \int_t^{\infty} S_{\tau} e^{-r(\tau-t)} d\tau.$$

Последнее, представляя вариант решения *Сарджента-Уоллеса*, интерпретируется как равенство рыночной стоимости государственного долга потоку будущего сеньоража, непрерывно дисконтированному по безрисковой (в данном случае постоянной) ставке процента. Таким образом, рикардианский характер данной интерпретации рыночной стоимости долга абсолютно очевиден и носит вполне естественный характер. В терминах долга (4) представляет стоимость облигации с бесконечным периодом обращения (perpetuity), которая для конечных значений t (time to maturity) превращается в обычное уравнение стоимости купонной облигации с купоном S и номиналом F :

$$(5) \quad B(t, S) = \int_0^t S(\tau) \exp\{-r(\tau-t)\} d\tau + F \exp\{-rt\}.$$

Из формулы (5) следует, что для равновесного долга, т.е. продаваемого по нарицательной стоимости (al pari) $B = F$, доходность к погашению (yield to maturity) r равна текущей доходности (current yield) $r_B = \frac{S}{B}$ и купонной доходности (coupon or stated yield) $r_F = \frac{S}{F}$. Иными словами, для равновесного долга имеет место: $r = r_B = r_F$. Нетрудно показать также, что для долга, продаваемого с премией, справедливы неравенства: $r < r_B < r_F$, тогда как для долга, продаваемого с

⁶⁾ В известном смысле наше предположение аналогично предположениям, лежащим в основе анализа макромоделей «замкнутой экономики», в которой экспорт равен импорту.

дисконтом: $r > r_B > r_F$.

Стационарный объем государственного долга

Обратим теперь внимание на важную особенность уравнения детерминированной динамики государственного долга (2). В этом уравнении стоимость долга растет в меру новых заимствований правительства на свободном рынке, иными словами, *стоимость новых заимствований государства на свободном рынке тождественно равна росту стоимости государственного долга \dot{B}* . Значит, если правительство отказывается от роли заемщика, то стоимость долга перестает расти и долг становится стационарным. Стационарный долг B^* при эмиссии сеньоража S можно выплатить через $T = \frac{1}{r}$ периодов, например лет, т.е. имеет место:

$$(6) \quad \dot{B} = 0 \text{ и } B^* = \frac{1}{r} S.$$

Величину B^* называют обычно фундаментальной стоимостью (fundamental value) долга, которая характеризует рыночную стоимость долга в зависимости лишь от стоимости купонных выплат, в нашей модели сеньоража. Если номинал долга составляет величину F , то разность $f(S) = [\frac{1}{r} S - F]$ показывает величину

премии $[\frac{1}{r} S - F] > 0$, или дисконта $[\frac{1}{r} S - F] < 0$, с которыми продается долг на финансовом рынке. Значение сеньоража, равное $\hat{S} = rF$, говорит о величине купона, который обеспечивает продажу государственного долга at par, или по его первоначальной стоимости.

В реальной действительности рыночная стоимость долга зависит от ставки процента, стоимости купона и риска, включая риск невыплаты долга. В модели влияние этих факторов разделено, ставка процента считается постоянной, и фундаментальная стоимость государственного долга зависит лишь от стоимости купонных выплат, т.е. эмиссии сеньоража. Увеличение эмиссии сеньоража $S^* > \hat{S}$ приводит к повышению рыночной стоимости долга и его продаже с премией, что не только облегчает выплату стационарного долга, но и может означать выгоду для эмитента долга, т.е. государства.

Действительно, если государственный долг обладает признаками досрочного погашения по заранее оговоренной цене (call provisions), то выкуп долга по номиналу, когда он продается с премией, приводит к выгоде для эмитента долга в размере премии, $[B(S^*) - F] > 0$. Это обстоятельство определяет рациональную стратегию должника, который должен стремиться к повышению рыночной стоимости своего долга. Последнее может иметь место, если снижается рыночная ставка процента либо растет величина купонных выплат. Обычно должник на развитом финансовом рынке не может влиять на ставку процента, а основные параметры долга: номинал, купон, сроки обращения, возможности досрочного выкупа, обеспечение долга и т.д. оговорены заранее.

Государство, будучи обычным должником во всех отношениях, отличается от частного в одном принципиальном моменте: оно может осуществлять купонные выплаты не только за счет налогов, которые являются обычными доходами правительства, но и за счет эмиссии денег, параметры которой определены монетарной политикой государства. При определенных условиях, следовательно, посредством эмиссии сеньоража можно всегда обеспечить продажу государственного долга с премией.

Эволюция стоимости стационарного долга

Простое дисконтирование стационарного долга вызывает изменение его стоимости во времени, даже если правительство прекратило заимствования на свободном рынке, но увеличивает эмиссию сеньоража с постоянным темпом $a > 0$. Во времени стоимость премии, дисконтированной по рыночной ставке процента, определяется как

$$(7) \quad f(S, t) = [B(S) - F]e^{-rt}.$$

Прежде всего, отметим, что если выполняется условие (3), и верхней границей эмиссии сеньоража является безрисковая ставка процента:

$$(8) \quad a = r - \delta, \quad \delta > 0,$$

то стоимость равновесного (al pari) долга становится равной

$$(9) \quad B(S) = \int_0^{\infty} \bar{s} e^{at} e^{-rt} dt = \frac{1}{r-a} s = \frac{1}{\delta} \bar{s}.$$

Рост эмиссии сеньоража, следовательно, приводит к увеличению коэффициента капитализации (наклона линии фундаментальной стоимости долга) и к сокращению равновесного сеньоража: $\bar{s} = \delta F$. Как видно на рис.1, прямая фундаментальной стоимости долга скачком перемещается влево, что исключает тем самым возникновение гиперинфляционной ситуации.

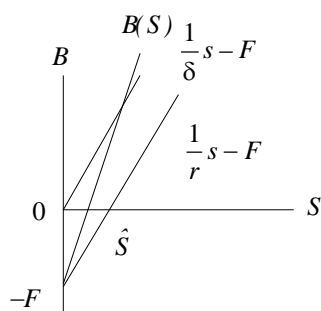


Рис. 1. Стационарный долг

Предположим, что сеньораж увеличивается с положительным темпом, и необходимо выбрать момент времени, когда величина премии максимальна.

Из (9) следует, что для равновесного долга $\frac{1}{\delta} \bar{s} = F$ и

для растущего сеньоража (7) может быть представлено как

$$(10) \quad \left[\frac{1}{\delta} \bar{s} e^{-\delta t} - F e^{-rt} \right] = F [e^{-\delta t} - e^{-rt}] \rightarrow \max.$$

Из необходимых условий максимума находим момент времени t^* , для которого равновесный долг при эмиссии сеньоража и $\delta > 0$ будет продаваться с максимальной премией:

$$(11) \quad t^* = \frac{1}{a} \ln \left[\frac{r}{\delta} \right].$$

С учетом (8) всегда $t^* > 0$, т.е. эмиссия сеньоража с течением времени превращает равновесный (al pari) долг в долг, продающийся с максимальной премией. Нетрудно показать, что для выведенных выше соотношений доходностей это время для «дисконтного» долга будет длиннее: $t^*_{disc} > t^*$, а для долга, продававшегося с первоначальной премией, - короче: $t^*_{prem} < t^*$, где t^* - оптимальное время продажи долга al pari. Следовательно, долг, продаваемый с дисконтом, реализовать нецелесообразно, а желательно держать до тех пор, пока он не будет продаваться с премией. Сказанное выше проиллюстрировано на рис.2.

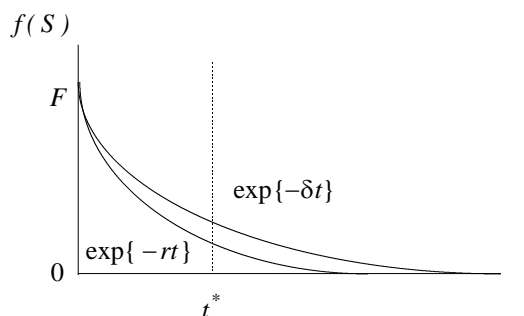


Рис.2. Максимизация долга с премией

Постановка стохастической проблемы долга

В действительности на динамику долга и политику его выплат оказывают влияние самые различные факторы. На российский долг, например, негативное влияние оказал кризис, разразившийся на финансовых рынках стран Юго-Восточной Азии. Резко осложнило финансовое положение страны падение в тот период мировых цен на нефть, которое ухудшило торговый и платежный балансы страны, подорвав эффективность усилий центрального банка России по поддержке курса рубля. В то же время к началу 1998 г. российская экономика была стабилизирована - спад производства был практически остановлен, хотя и на низком уровне. Самые различные факторы: вялая инвестиционная активность из-за низкого внутреннего спроса и неопределенной политической обстановки, неустойчивые валютные рынки, некомпетентность и коррупция (доказанная и предполагаемая) внесли свой вклад в формирование и развитие августовского финансового кризиса в России.

Известно, что для простых детерминированных моделей достижение удельной величины долга порога в 50% обычно считается сигналом опасности. Однако в условиях неопределенности действует множество факторов как объективного, так и субъективного характера, смещающих барьер возникновения финансовых трудностей (financial distress) и, в конечном счете, невыплаты долга. В модели эти факторы в совокупности представлены как внешние шоки случайного характера, воздействующие на основные экономические и финансовые показатели: бюджетный дефицит, государственный долг, его доходность и обслуживание, сеньораж, налоги, ставку процента и обменный курс рубля. Эмиссия сеньоража в реальном выражении S_t в условиях неопределенности переходной экономики представлена как непрерывный случайный, а именно, обобщенный винеровский (или Ито) процесс. Последний удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$(12) \quad dS_t = a(S_t, t)dt + \sigma(S_t, t)dW_t,$$

где $a(S_t, t)$ и $\sigma(S_t, t)$ - это не зависящие от будущего функции параметров смещения (drift) и колеблемости (volatility). Уравнение (12) моделирует процесс (бесконечно) малых изменений сеньоража dS_t в течение периода dt , которые находятся под воздействием непрерывных случайных шоков dW_t , независимо и нормально распределенных с нулевой средней и дисперсией dt .

В модели используется частный случай процесса Ито - с функциями смещения и колеблемости, зависящими в каждый момент времени только от значений сеньоража, или так называемый геометрический процесс. Этот тип стохастических уравнений широко применяется в финансовой экономике, поскольку цены финансовых (и макроэкономических) активов неотрицательны и их естественно полагать распределенными логнормально. В модели сеньораж рассматривается по аналогии со стоимостью акций или валюты: доходность сеньоража, так же как и доходность акций, не связана напрямую с рыночной ставкой процента. Сеньораж - эмиссия денег, а рыночная ставка процента определяется по отношению ко всему денежному агрегату, к примеру M2.

В макроэкономической литературе непрерывная стохастическая модель динамики денег в начале 1980-х гг. исследовалась, например, *Gertler M., Grinols E.* в [8], а динамика сеньоража как случайного процесса моделировалась *Mankiw N.* в работе [9]. Исследования в этом направлении продолжаются, например, *Amano, R.* [10]. Как представляется, интерес к вероятностному анализу макроэкономических процессов за последние годы усиливается, свидетельством чему являются непрерывные стохастические модели, исследуемые *Turnovsky S.* в [7].

Непрерывные стохастические модели динамики бюджетного дефицита, сеньоража и инфляции, разработанные *G. Bertola and A. Drazen* [11], а также *M. Miller and L. Zang* [12], заложили основы анализа макроэкономических процессов в контексте теории финансовых опционов (contingent claims analysis). Наряду с указанными работами, особо следует отметить методологическую значимость фундаментального исследования *A. Dixit and R. Pindyck* [13], на результатах которого во многом базируется наш подход к моделированию стохастической динамики долга и сеньоража.

Уравнение стохастической динамики долга и сеньоража

Стохастическая постановка рикардрианской задачи долга и сеньоража для активов с бесконечным периодом обращения (perpetuity) позволяет не отождествлять увеличение стоимости долга с политической государственными заимствованиями. Государственный долг теперь - нестационарный в данном выше смысле, что приводит к более естественной, по сравнению с детерминированной, постановке проблемы долга. Стохастическая модель динамики долга и сеньоража, в свою очередь, дает возможность рассчитать оптимальный объем эмиссии сеньоража, обеспечивающий продажу долга с премией. Это, пожалуй, тот случай, когда обобщение задачи позволяет и более четко увидеть ее экономический смысл, и существенно упростить решение.

Стохастическим аналогом детерминированной модели (2) финансирования бюджетного дефицита является уравнение:

$$(13) \quad rb(S_t)dt = S_t dt + E_t[db(S_t)],$$

где $b(S_t)$ - неслучайная функция однородного государственного долга, имеющая по крайней мере две производные по случайному процессу сеньоража S_t . Сеньораж S_t удовлетворяет уравнению (12) для геометрического процесса, а безрисковая ставка процента по-прежнему полагается постоянной $r > 0$.

Уравнение (13) является моделью стохастических изменений стоимости государственного долга, приносящего инвесторам (кредиторам) купонный доход в течение периода dt , откуда экономический смысл параметра $r > 0$ вполне аналогичен значению ставки holding period return. Обобщенный винеровский процесс S_t не имеет производных по времени, и правая часть (13), строго говоря, содержит символическую запись интеграла Ито от ненаблюдаемых приращений функции стоимости долга.

Уравнение (13) оказывается неоднородным дифференциальным уравнением второго порядка относительно функции стоимости долга $b(S_t)$ и ее производных:

$$(14) \quad \frac{1}{2}\sigma^2 S_t b''(S_t) + (r - \delta) S_t b'(S_t) - r b(S_t) + S_t = 0,$$

к которому оно приводится посредством применения леммы Ито к оценке $E_t[db(S_t)]$ - ожидаемому изменению стоимости долга, а также использования равенства (в среднем квадратическом смысле) $(dS_t)^2 = \sigma^2 S_t^2 dt$ для геометрического случайного процесса сеньоража S_t .

Данный тип уравнений полно исследован в *Dixit & Pindyck* [13]. Следует отметить, что для опционов с бесконечным сроком функционирования (14) является частным случаем знаменитого уравнения в частных производных *Блека-Шолза* [14], для которого отсутствие зависимости долга от времени (time to maturity) позволяет найти решение как функцию только размеров сеньоража. В контексте исследования динамики государственного долга уравнение (14) исследовано в [15]. Отметим, что использование условия $r = a + \delta$ в преобразовании уравнения (13) в (14) следует из (3) и предполагает равенство безрисковой ставки процента (или доходности к погашению) r сумме доходности сеньоража a и «монетарной компоненты инфляции» δ . Это условие подразумевает действие определенного механизма функционирования финансового рынка, который будет раскрыт позже при исследовании ситуации отсутствия арбитража для финансирования дефицита.

Накопленный долг как неслучайная функция сеньоража находится из решения (14) в виде

$$(15) \quad b(S_t) = A_1 S_t^{\beta_1} + A_2 S_t^{\beta_2} + \frac{1}{\delta} S_t,$$

где $\beta_1 < 0$, $\beta_2 > 1$ - корни характеристического уравнения

$$(16) \quad \frac{1}{2}\sigma^2 \beta(\beta - 1) + (r - \delta)\beta - r = 0.$$

В предположении, что правительство-банкрот не найдет покупателей своих

долгов, получаем граничное условие $b(0)=0$, откуда, по определению, первая константа равна нулю, $A_1=0$. Если дополнительно потребовать, что правительство как ответственный должник лишь полностью выкупает свой долг *al pari* и, следовательно, не занимается перекупкой флотирующего долга, то и $A_2=0$, что отражает нулевую вероятность его перепродажи с премией. Таким образом, частное решение уравнения (14) представляет фундаментальную стоимость накопленного долга:

$$(17) \quad b(S_t) = \frac{1}{\delta} s.$$

Как и для детерминированной модели, (17) характеризует рыночную стоимость долга, складывающуюся только под влиянием величины стоимости купона, т.е. без учета риска дефолта, а также влияния других рыночных факторов. Уравнение (14), реализуя рикарданскую традицию в анализе долга и денег, имплицитно рискованность государственного долга (накопленного бюджетного дефицита) в переходной экономике, отдаленным аналогом которого на развитом финансовом рынке может служить так называемая доходная облигация (*income bond*).

Стоимость новых заимствований правительства

На стохастическом рынке надежный должник имеет ненулевую вероятность брать займы, и стоимость такой возможности естественно принять неотрицательной, $f(S_t) \geq 0$. Позитивная стоимость кредитоспособности надежного должника аккумулирует, как правило, длительную предысторию его поведения на рынке долгов и является верхней границей стоимости его новых заимствований на свободном рынке. В условиях неопределенности естественно полагать, что стоимость возможности «брать займы» увеличивается по мере роста рискованности операций, тогда как стоимость сеньоража уменьшается. Стоимость возможности «брать займы» определим как выпуклую неслучайную функцию случайного процесса сеньоража $f(S_t)$, для которой существуют по крайней мере $f'(S_t) > 0$ и $f''(S_t) > 0$. Функция $f(S_t)$ удовлетворяет некоторым условиям, которые будут приведены ниже.

Функция $f(S_t)$ может трактоваться как стоимость «возможности брать займы», которая всегда существует для надежного и ответственного должника. Понятно, что на свободном рынке стоимость возможности не может быть равна нулю («доверие дорого стоит»), а по мере роста неопределенности стоимость такой возможности возрастает. Правительство, которое в нашей модели является надежным должником, в каждый момент может выбирать между возможностью «брать в долг» или «не брать в долг», причем частные инвесторы, будучи уверенными в получении дохода, всегда ему в долг дают. Функция фундаментальной стоимости правительственного долга $b(S_t)$ определяет естественные границы допустимых новых заимствований правительства на открытом рынке $f(S_t)$:

$$(18) \quad b(S_t) \geq f(S_t) \geq b(S_t) - F,$$

где F - номинал долга, подлежащий выплате (face value of the mature debt), а $[b(S_t) - F]$ - величина дисконта или премии при продаже долга на рынке. Смысл неравенства (18) состоит в том, что стоимость новых заимствований, с одной стороны, не может превышать фундаментальную стоимость долга. Хотя модель использует неизменную ставку процента, но неявно предполагается, что доходность новых долгов выше, чем существующих, иначе их никто не приобретал бы, следовательно, их стоимость ниже фундаментальной стоимости накопленного долга. С другой стороны, стоимость новых заимствований не может быть ниже стоимости премии (дисконта), с которой продается государственный долг на рынке. Для неотрицательной стоимости новых заимствований неравенство (18) автоматически выполняется для дисконта, а для премии $[b(S_t) - F] > 0$ предполагает возвратность долга. Дело в том, что на свободном рынке государственных долгов номинал не может быть возвращен, если имеет место неравенство $[b(S_t) - F] \leq 0$, - не найдется покупателя согласного платить цену F за актив, рыночная стоимость которого равна $b(S_t)$.

Данная схема, как нетрудно увидеть, соответствует финансовому опциону «колл» (a call option): долговые заимствования правительства аналогичны «длинному» колл-опциону, а покупка долгов частными инвесторами - «короткому» колл-опциону. Следовательно, на сильно асимметричном финансовом рынке переходной экономики, где доминирует сегмент государственных долгов, стоимость новых правительственных заимствований $f(S_t)$ может быть представлена как колл-опцион, который «выписан» частными инвесторами по сеньоражу и «куплен» правительством⁷⁾.

Область значений колл-опциона стоимости новых заимствований определяется неравенством (18), а область существования - минимальным и максимальным значениями эмиссии сеньоража. Последние представлены точкой абсорбции $b(0) = f(0) = 0$ и точкой максимального значения сеньоража $b(S^*) = f(S^*) - F$. Согласно (18) издержки заемщика по обслуживанию долга для эмиссии сеньоража $0 < S_t < S^*$ могут превышать приращение стоимости заимствований - обстоятельство, столь драматически подтвержденное событиями российского финансового кризиса в августе 1998 г. Это означает, что эмиссия сеньоража, т.е. монетарная политика правительства, находится в пределах $0 \leq S_t \leq S^*$.

Монетарная политика правительства

Финансирование бюджетного дефицита - это не только политика правительства, но и формирование портфелей богатства частными инвесторами - населением, бизнесом и финансовыми посредниками, которые приобретают деньги и долги правительства. Интересно отметить, что последний аспект проблемы обыч-

⁷⁾ Строго говоря, стоимость новых заимствований - почти колл-опцион. Дело в том, что цена стандартного (plain vanilla) колл-опциона при увеличении ставки процента растет, а в нашей модели, что естественно, стоимость новых заимствований снижается, если растет их доходность. Еще раз обратим внимание на то, что колл-опцион «выписан» не по долгам, а по сеньоражу.

но не привлекает внимания макроэкономистов, которые безгранично верят во всемогущество правительства, справедливо полагая, что от денег никто никогда не отказывается. Эта уверенность в нормальных условиях не вызывает сомнения, однако, когда денег (национальной валюты) слишком много, то от них, как ни странно, все-таки отказываются, предпочитая, например, иностранную валюту (долларизация экономики) или же другие, неденежные, активы⁸⁾. Поэтому формирование портфеля богатства инвестором - проблема, которая должна, по нашему мнению, решаться одновременно с анализом поведения правительства.

В соответствии с «портфельным подходом» к формированию денежного рынка Дж. Тобина [16] стоимость бюджетного дефицита в момент времени t определим через стоимость портфеля, состоящего из денег и государственных облигаций, который держат частные инвесторы (бизнес и население). Следовательно, имеет место:

$$(19) \quad \Phi_t = \theta_1 S_t + \theta_2 f(S_t),$$

где Φ_t - стоимость бюджетного дефицита; $f(S_t)$ - стоимость новых заимствований правительства на открытом рынке. Финансирование бюджетного дефицита - это формирование инвестиционного портфеля частными кредиторами, но параметры этого портфеля θ_1, θ_2 , т.е. «физические» константы эмиссии денег и долгов, находятся в руках правительства. В переходной экономике оно монополично производит эти товары - «финансовые инструменты», действуя на доминирующем сегменте финансового рынка.

Изменение стоимости бюджетного дефицита за период dt , в предположении постоянства параметров, или *монетарная политика правительства*, дается уравнением:

$$(20) \quad d\Phi_t = \theta_1 dS_t + \theta_2 df(S_t).$$

Для стохастического процесса сеньоража в правой части уравнения (20) стоят ненаблюдаемые в момент времени t приращения сеньоража и государственного долга, следовательно, приращение стоимости бюджетного дефицита за период времени dt - случайный и непредсказуемый процесс. Нетрудно, однако, заметить, что если параметры в уравнении (20) принимают значения:

$$(21) \quad \theta_1 = -f'(S_t); \theta_2 = 1,$$

где $f'(S_t)$ - производная заимствований по сеньоражу, т.е. «физический» объем эмиссии денег, то изменение стоимости бюджетного дефицита за период времени dt будет детерминированной функцией. Действительно, вновь применяя лемму Ито к оценке df в уравнении (20) и используя равенство $(dS_t)^2 = \sigma^2 S^2 dt$ для геометрического случайного процесса сеньоража S_t , получаем:

⁸⁾ В период гиперинфляции, как известно, деньги перестают выполнять даже функции средства обращения, а не только помещения богатства (активов). В этой связи происходили анекдотические случаи кражи не обесценившихся денег, а мешков, в которых они перевозились.

$$d\Phi_t = \theta_1 dS_t + \theta_2 df(S_t) = (\theta_1 - f'(S_t)) dS_t + \frac{1}{2} \sigma^2 S_t^2 f''(S_t) dt = \frac{1}{2} \sigma^2 S_t^2 f''(S_t) dt \text{ или}$$

$$(22) \quad d\Phi_t = \frac{1}{2} \sigma^2 S_t^2 f''(S_t) dt.$$

Рассмотрим теперь возможность выбора правительством величин параметров монетарной политики в соответствии с уравнением (20). Разумеется, существование такой возможности должно быть обосновано эмпирически, хотя теоретически ее существование для суверенного правительства не подлежит сомнению. Рациональное правительство для того, чтобы полностью профинансировать бюджетный дефицит в течение периода времени dt , должно, следовательно, эмитировать $\theta_1 = -f'(S_t)$ единиц сеньоража и занимать $\theta_2 = 1$ единиц новых долгов на свободном рынке. В соответствии с «рикардианским поведением правительства» оно использует сеньораж для обслуживания текущего и выплаты накопленного долга в момент времени t .

Общий прирост стоимости бюджетного дефицита на самом деле выше, чем представлено функцией (22). В условиях свободного рынка короткая позиция правительства (эмитента долгов) должна соответствовать длинной позиции инвесторов (покупателей долгов). Это значит, что правительство может продать новые долги, только повышая стоимость купона в размере $\delta \theta_1 S_t dt$, компенсируя тем самым частных инвесторов за приобретение ими в течение dt новых долгов правительства. Таким образом, финансирование бюджетного дефицита представлено равенством отсутствия арбитража (no-arbitrage condition):

$$(23) \quad r\Phi(S_t) dt = d\Phi(S_t) + \delta \theta_1 S_t dt.$$

Условие (23) - это равенство издержек правительства и доходов частных инвесторов, соблюдение которого имеет принципиальное значение для финансирования бюджетного дефицита. Финансируя прирост стоимости бюджетного дефицита за период времени dt , правительство обязано нести издержки по обслуживанию стоимости портфеля инвесторов за этот период и по их стимулированию за приобретение новых долгов, что получается при замене: $\theta_1 = -f'(S_t)$. Норма купонного дохода по долгам $\delta > 0$, напомним, удовлетворяет условию: $r = a + \delta$.

Таким образом, при отсутствии арбитражной прибыли и для заданной безрисковой ставки процента $r > 0$ доход частных инвесторов по правительственным облигациям должен равняться издержкам правительства по финансированию бюджетного дефицита. Подставляя в (23) выражения (19), (21) и (22), получаем равенство:

$$(24) \quad r\Phi_t dt + \delta S_t f'(S_t) dt = \frac{1}{2} \sigma^2 S_t^2 f''(S_t) dt,$$

которое является обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка для функции стоимости новых заимствований правительства $f(S_t)$:

$$(25) \quad \frac{1}{2} \sigma^2 S_t^2 f''(S_t) + (r - \delta) S_t f'(S_t) - r f(S_t) = 0.$$

Уравнение (25) имеет те же параметры неопределенности и доходности, что и уравнение долга (14), отличаясь от него лишь тем, что оно однородное, поскольку в течение периода dt новые заимствования не обслуживаются. Его решение находится вполне аналогично решению уравнения (14). При условии существования точки абсорбции для сеньоража оно существует в виде:

$$(26) \quad f(S_t) = BS_t^\beta,$$

где $B \equiv B_2$, и $\beta \equiv \beta_2 > 1$ - больший из характеристических корней уравнения (16).

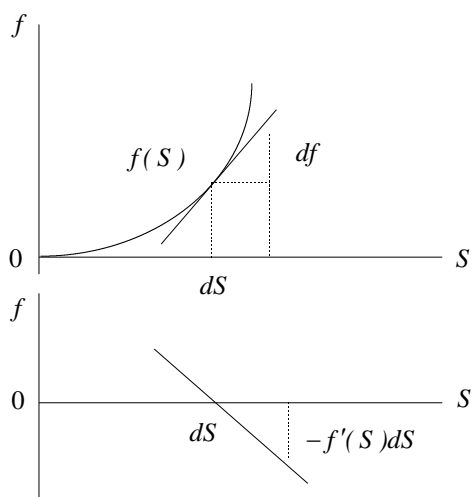


Рис.3. Схема рациональной монетарной политики

оператора рациональных ожиданий для ненаблюдаемых изменений процесса новых заимствований [17].

Рациональная стратегия правительства на рынке долгов

Рациональная стратегия эмитента долгов (правительства) состоит в максимизации рыночной стоимости долга при заданной величине номинала F . Такое поведение позволяет правительству, проводящему ответственную политику на рынке долгов, экономить на обслуживании долга, что в модели представлено как максимизация стоимости опциона «брать займы» $f(S^*)$. Монетарная политика означает эмиссию сеньоража в каждый момент t на отрезке $0 \leq S_t \leq S_t^*$, в предположении существования точки S_t^* , где рыночная стоимость государственного долга максимальна. Такая политика формально - это задача оптимальной остановки для динамического программирования. Когда сеньораж является единственным источником выплаты долга (рикардианский характер процесса долга), то можно получить граничные условия для поставленной задачи.

Первое граничное условие задается точкой абсорбции $b(0) = f(0) = 0$, которая, напомним, говорит об отсутствии покупателей для долгов правительства-

Модель монетарной политики, приведенная выше, содержательно основана на идее так называемого «непрерывного хеджирования», хорошо известного в финансовой экономике. С макроэкономической точки зрения интересно отметить, что если подобная стратегия допустима, то монетарная политика становится полностью предсказуемой, несмотря на то, что сеньораж содержит абсолютно непредсказуемую компоненту. Подчеркнем, что допустимость подобной стратегии может быть косвенно подтверждена тем, что уравнение (25) может быть получено другим способом - через использование

банкрота. Для всех точек интервала $0 < S_t < S_t^*$ стоимость опциона заимствований выше, чем величина премии, с которой продается долг $[b(S_t) - F] > 0$, что делает невыгодным отказ от него. Это - отражение того факта, что сама возможность брать в долг имеет рыночную стоимость⁹⁾. Правительство может занимать, если ему дадут займы, что зависит от его репутации как надежного должника. В ситуации неопределенности надежный должник всегда имеет ненулевую вероятность занимать в будущем, а значит стоимость этой возможности не меньше, чем стоимость заимствований. Правительство продолжает занимать на свободном рынке для значений эмиссии сеньоража:

$$(27) \quad f(S_t) > b(S_t) - F \text{ для всех } 0 < S_t < S_t^*.$$

В точке максимальной эмиссии сеньоража (второе граничное условие) правительство перестает занимать. Иными словами, оно реализует свой колл-опцион в точке $S_t = S_t^*$, где справедливо равенство:

$$(28) \quad f(S_t^*) = b(S_t^*) - F.$$

Подставляя решения (17) и (26) в граничные уравнения задачи оптимальной остановки для стоимости новых заимствований правительства (колл-опциона):

$$\begin{aligned} f(S_t^*) &= b(S_t^*) - F \\ f'(S_t^*) &= b'(S_t^*) \end{aligned},$$

находим неизвестную константу B и значение оптимальной стоимости сеньоража S^* :

$$(29) \quad B = \frac{1}{\beta\delta} S^{*(1-\beta)} > 0; \quad S^* = \frac{\beta}{\beta-1} \delta F.$$

Положительность константы отражает ненулевую вероятность заимствований для надежного должника. Параметр $q = \frac{\beta}{\beta-1} > 1$ является аналогом коэффициента q Дж. Тобина и характеризует меру неопределенности динамики сеньоража.

Стоимость гарантий правительства

В модели долга эмиссия сеньоража должна осуществляться до точки S^* , где рыночная стоимость государственного долга становится максимальной. Здесь ответственное правительство получает наибольшие суммы новых заимствований $f(S_t^*)$, тогда как частные инвесторы возвращают себе номинальную стоимость

⁹⁾ Если накопленный долг продается с дисконтом, $[b(S_t) - F] < 0$, то нет возможности выплатить номинал.

долга (par value): $[b(S_t^*) - f(S_t^*)] = F$. В точке S^* правительству выгодно стабилизировать стоимость долга, прекратив заимствования на свободном рынке, иными словами, оптимально реализовать свой колл-опцион. Любые другие размеры эмиссии сеньоража, $S_t < S_t^*$, потребуют от правительства *дополнительных затрат*, которые ответственный должник, возвращающий полностью номинал, должен произвести в размерах разности между стоимостью номинала и рыночной стоимостью долга: $P(S_t) = F - D(S_t)$.

В модели, использующей аналогии с торговлей финансовыми опционами, правительство, производящее заимствования на свободном рынке на интервале $S_t < S_t^*$, как бы «покупает» колл-опцион, который «продается» частными инвесторами, готовыми приобретать государственные долги. В свою очередь, правительство гарантирует частным инвесторам возвратность своих долгов, что моделируется «продажей» им «пут-от-дефолта» опциона (put-to-default option) $P(S_t)$. Это предполагает, что в условиях переходной экономики частные инвесторы рассматривают правительственные долги как рискованные активы, стоимость которых изменяется в соответствии с:

$$(30) \quad D(S_t) = F - P(S_t).$$

Стоимость правительственных гарантий возврата им своих долгов полностью, или стоимость опциона «пут-от-дефолта» для сеньоража S_t , определяется из теоремы об эквивалентности пут-колл-опционов¹⁰:

$$(31) \quad P(S_t) = f(S_t) + F - b(S_t).$$

Таким образом, предложенная рикарданская модель стохастической динамики долгов и денег раскрывает важные характеристики поведения правительства и частных инвесторов на финансовом рынке переходной экономики. Во-первых, правительственные гарантии возвратности долгов имеют принципиальное значение для максимизации рыночной стоимости государственного долга. В противном случае правительство теряет стимул к получению максимальной стоимости новых заимствований, что влечет дополнительные издержки в отсутствие источ-

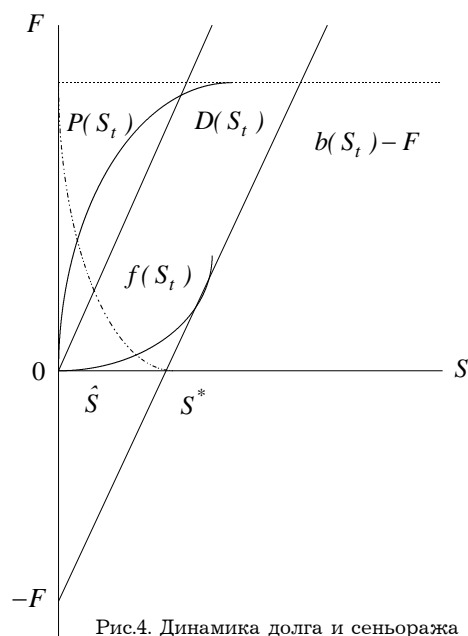


Рис.4. Динамика долга и сеньоража

¹⁰ Строго говоря, соотношение (31) почти точное, поскольку стоимость сеньоража S_t заменена на его асимптотическое значение: при $t \rightarrow \infty$ $S_t \rightarrow b(S_t)$. Указание на справедливость такой замены, впрочем достаточно очевидную для данной модели, содержится в *H. Leland* [18]. Отметим, что уравнение (30) полностью соответствует уравнению рискованного долга в модели *Мертон-Блека-Шолза* [19].

ников для их покрытия. Во-вторых, стоимость опциона «пут-от-дефолта» равна нулю, $P(S^*) = 0$, в точке оптимального уровня эмиссии сеньоража, поскольку частные инвесторы полностью возвращают себе ранее одолженные ими правительству суммы. Однако для всех других значений эмиссии сеньоража $0 < S_t < S_t^*$ стоимость правительственных гарантий положительна. Следовательно, если правительство эмитирует сеньораж в объемах меньших оптимальных, то оно должно нести дополнительные издержки как по гарантии долга, так и в силу недостаточных размеров заимствований.

Общая структура модели стохастической динамики государственного долга и сеньоража представлена на рис.4.

Дефолт внутреннего долга: ограничения задачи

В рамках исследуемой модели понятно, что если на предложение денег установлены ограничения $S_t < S^*$, то фундаментальная стоимость долга не достигает оптимальной величины. Государство тогда несет дополнительные издержки из-за необходимости реализовать гарантии, $P(S_t) > 0$. Данный вывод может быть подкреплён анализом фактических данных российского экономического развития в период 1994-1998 гг., который может быть принят с рядом существенных оговорок.

Прежде всего, данная модель объясняет лишь один из аспектов реальной проблемы долга, с которой столкнулась Россия в августе 1998 г. Корни этой, да и не только этой проблемы, по нашему мнению, лежат в длительном и гигантском экспорте капитала, который буквально обескровливает страну в течение последнего десятилетия. Симптоматично, что как только появился барьер на пути этого потока, воздвигнутый августовской девальвацией рубля, то даже несмотря на возросшие кредиты центрального банка, поток вывозимого из страны капитала сократился и промышленность стала оживать.

Следует иметь в виду, что применение стохастической модели динамики долга и сеньоража к анализу финансового кризиса в российской экономике порождает ряд проблем адекватности интерпретации имеющихся данных. В полном объеме они не решены, и мы просто укажем на их существование. Например, известно, что согласие России в начале 1990-х гг. на выплату бывшего «советского долга», порядка 90 млрд. долл., не имело достаточных экономических обоснований, а было, прежде всего, политическим решением. Следовательно, в рамках исследования «рациональной» политики в отношении долгов целесообразно рассмотреть временной ряд задолженности, очищенной от «советской компоненты» и соответствующих процентов. Примером проблем другого порядка является необходимость проверок отсутствия существенной корреляции между финансовыми индикаторами и реальным производством. Это даст необходимое обоснование гипотезе чисто монетарной природы государственного долга для переходной экономики.

Особо важно проведение тестов на нестационарность (наличие единичного корня) временных рядов долга и сеньоража [20], которая вызвана длительным воздействием внешних случайных шоков. Нестационарность имеет существенное значение для анализа монетарной политики, а также выработки соответствующей

щих рекомендаций нормативного характера. Хорошо известно, что большинство макроэкономических рядов адекватно представляются *ARIMA*-моделями с одним единичным корнем. Возможность подобных утверждений для переходной экономики может быть установлена на основе *ADF* тестов, предварительные результаты которых не позволяют отбросить нулевую гипотезу нестационарности рядов логарифмов долга и сеньоража $H_0: \rho = 1$.

Дефолт внутреннего долга: расчетные параметры

Приведем некоторые результаты одного из вариантов расчета. Для оценки параметров процесса сеньоража и накопленного долга использовались данные о развитии экономики России, приведенные в аналитическом бюллетене [21]. По данным этого издания рассчитаны следующие показатели:

– номинальная стоимость государственного внутреннего долга (ГКО-ОФЗ) на 14 августа 1998 г. $F_{98} = 387,1$ млрд. руб.;

– фактическая эмиссия денег (сеньораж) по агрегату М2 за 1998 г. $S_{98} = 74,2$ млрд. руб.;

– рыночная стоимость государственного внутреннего долга $D_{98} = 231,8$ млрд. руб.;

– (вмененная) стоимость государственных гарантий (стоимость опциона *пут-от-дефолта*) $P_{98} = 155,3$ млрд. руб.;

– фундаментальная стоимость фактического долга $b(S_{98}) = \frac{1}{\delta} S_{98} = 346,5$ млрд. руб.;

– стоимость теоретического дисконта государственного внутреннего долга, $b(S_{98}) - F = -40,6$ млрд. руб.

Оценка величины ставки процента – самая сложная часть в наших расчетах, поскольку дефолт был объявлен именно по тем ценным бумагам, которые на нормальных финансовых рынках считаются эталоном обязательств, приносящих безрисковый доход. Ставка доходности по государственным ценным бумагам посчитана по данным, приведенным в [22], как средняя за 1998 г. месячных доходностей ГКО-ОФЗ к погашению, и составляет $r = 0,376$. Это, разумеется, далеко не бесспорно. В обоснование можно сказать, что если рассматривать государственный долг как актив, то по динамике долга за 1994 -1998 гг., приведенной в [21], среднегодовая доходность ГКО-ОФЗ с учетом риска составляет

$E[\ln \frac{F_t}{F_{t-1}}] = \hat{r} = 0,85$, или чуть меньше, $\hat{r} = 0,72$, – по рыночной стоимости государ-

ственного долга. Оценка рискованной составляющей доходности по российским государственным бумагам примерно в 50% годовых представляется весьма правдоподобной для рискованных финансовых инструментов обращающихся на *emerging markets*.

Соответственно для принятой ожидаемой доходности долга $r = 0,376$ и параметра смещения сеньоража $a = 0,162$ равновесная купонная доходность равна

$\delta = 0,214$, а коэффициент капитализации сеньоража - $\frac{1}{\delta} = 4,67$ (все параметры даны в среднегодовом выражении). Весьма интересно то обстоятельство, что дисперсия сеньоража в течение 1994-1998 гг., равная $\sigma^2 = 0,335$, весьма невелика. Этот важный факт российской экономической действительности обычно остается незамеченным в потоке критики действий правительства за указанный период¹¹⁾.

Стохастическая динамика сеньоража (без шкалирования по времени) представлена процессом случайного блуждания:

$$S_t = S_0 \exp\{-0,01t + 0,58W_t\},$$

где параметр логнормальной средней сеньоража составляет $a - \frac{1}{2}\sigma^2 = -0,01$. Рациональное ожидание этого процесса является функцией

$$E_t[S_t] = S_0 \exp\{0,16t\},$$

что весьма интересно, несмотря на всю грубость проведенных расчетов¹²⁾. В соответствии с уравнениями, приведенными выше, типичный инвестор на российском рынке ожидал умеренного роста капитальной стоимости денежной компоненты своего портфеля. Между тем, фактическая эмиссия номинальных денег характеризует практическое полное отсутствие смещения в динамике сеньоража. Для принятых оценок параметров российской системы «долг-сеньораж» максимальный корень характеристического уравнения

$$\frac{1}{2}0,335\beta(\beta-1) + 0,162\beta - 0,376 = 0$$

равен $\beta_1 = 2,34$ и соответственно коэффициент неопределенности: $q = \frac{\beta}{\beta-1} = 1,7$.

¹¹⁾ Магистр экономики *Емелина И.Е.* провела серию расчетов параметров модели по временным рядам денежной массы М2, долга и доходности к погашению за 1994-1998 гг., каждый из которых насчитывал порядка 50 значений. Расчеты показали высокую чувствительность параметров к вариации числа точек ряда, а значений процесса - к величинам равновесной ставки доходности δ . Последняя, принимая значения в диапазоне 0,21 - 0,29, оказывается относительно устойчивой характеристикой процесса, причем $\delta_{98} = 74,2:387,1 = 0,19$ соответствует фактической купонной доходности российского государственного долга в 1998 г. Обратим внимание на то, что сеньораж представляется через купонные выплаты для российского государственного долга, который формально состоит из коротких дисконтных бумаг.

¹²⁾ Ожидаемая доходность сеньоража в реальном выражении за указанный период составляет $E[\ln \frac{P_t M 2_t}{P_{t-1} M 2_{t-1}}] = -0,056$, где P_t - значения индекса потребительских цен за соответствующие годы [2]. Его отрицательная доходность из-за инфляционного характера развития российской экономики еще более заметна. Отметим, что близость этой величины и значения логнормальной средней сеньоража -0,01 может служить косвенным подтверждением правдоподобия оценок теоретических параметров модели.

Учитывая состояние российского общества и экономики, - это, на наш взгляд, весьма умеренная величина. Приведенные данные позволили рассчитать для середины 1998 г. теоретические значения следующих показателей:

- размер сеньоража, необходимого для продажи *al pari* государственного внутреннего долга $\hat{S} = \delta F_{98} = 82,8$ млрд. руб.;

- оптимальный размер сеньоража $S^* = q\delta F_{98} = 140,8$ млрд. руб.;

- фундаментальная стоимость оптимального сеньоража $b(S^*) = \frac{1}{\delta} S^* = 657,5$ млрд. руб.;

- оптимальная величина премии по государственному долгу в 1998 г., $f(S^*) = b(S^*) - F = 270,4$ млрд. руб.

Дюрация государственного долга, который, напомним, в модели был принят как *perpetuity*, составляет $\frac{1}{D} \frac{\partial D}{\partial r} = \frac{1}{r} = 2,67$. Для величин падения рыночной стоимости долга с конца второго квартала до 14 августа 1998 г., которое составило 37%, и данной дюрации доходность к погашению должна была бы возрасти на 14%:

$$-0,37 \cong -2,67 \cdot 0,14,$$

тогда как фактически она выросла в 2,13 раза. Это - одно из свидетельств действительно конвульсивного коллапса рынка государственного долга.

Дефолт внутреннего долга: некоторые экономические выводы

Приведенные выше расчетные данные позволяют сделать следующий вывод: государство могло полностью возратить номинал государственного долга в 387,1 млрд. руб., если бы денежная эмиссия за 1998 г. составила 140,8 млрд. руб., а не 74,2 млрд. руб., как имело место в действительности. Кроме того, оно получило бы дополнительно премию в 270,4 млрд. руб. от реоформления государственного долга и «экономии» на государственных гарантиях возвратности долга, поскольку $P(S^*) = 0$.

Фактически, однако, государство понесло прямые финансовые потери из-за падения рыночной стоимости долга в размере: $f(S_{98}) = 231,8 - 336,2 = -114,4$ млрд. руб. Дело в том, что согласно нашим расчетам финансовая катастрофа произошла при эмиссии сеньоража, которая не только не достигала оптимального значения, но и не обеспечивала даже простого возврата номинала. В августе 1998 г. государственный внутренний долг флотировал с теоретическим дисконтом равным -40,6 млрд. руб.

Теоретическое объяснение российского долгового коллапса лежит в двух плоскостях. Долгосрочным фактором катастрофы следует, несомненно, признать неоправданно жесткую монетарную политику центрального банка, которая проводилась в течение всех лет анализируемого периода. Было бы неверным оспаривать разумность ограниченного увеличения предложения денег, как такового, при условии поддержания сбалансированности денежного рынка. Между тем, в рос-

сийском экономическом контексте чрезмерно ограничительная монетарная политика за годы, предшествующие кризису, по нашему мнению, накопила негативный потенциал, обусловивший не только массовые неплатежи и бартер, но и дефолт по внутреннему долгу в августе 1998 г.

Прямой результат чрезмерно ограниченного предложения денег - неплатежи, привлекли к себе широкое внимание научной общественности, оставив, правда, в тени его последствия на реальном рынке. Между тем, негативное воздействие неравновесности денежного рынка на политику заимствований, повлекшее обесценение долга и в конечном счете объявление дефолта по внутреннему долгу, остались без внимания даже в серьезных работах, например [23]. Напротив, наша модель этот момент акцентирует с полной отчетливостью, указывая на важность следования рикарданской традиции анализа денег и долгов.

В краткосрочном аспекте значимым фактором финансового коллапса следует несомненно признать попытку приобретения эмитентом флотирующего долга. Существуют данные [24], говорящие о том, что правительство и центральный банк предпринимали в начале 1998 г. попытки скупить «по дешевке» российские долги, «перезаяв» необходимые средства у доступных кредиторов. Если это действительно имело место, то основная предпосылка модели об ответственности поведения правительства на финансовом рынке в том смысле, что оно настроено на полный возврат нарицательной стоимости долга, становится дискуссионной.

Скупка правительством дисконтного долга не только нарушает предпосылку полного возврата ранее одолженных сумм. Из теоретического анализа следует, что приобретение долга, фундаментальная стоимость которого ниже номинала, является заведомо нерациональным действием: покупка долга с дисконтом при неизменных проценте и купоне в принципе означает и его продажу с дисконтом. Иными словами, эмитент (как и любой другой покупатель), купивший с дисконтом собственный долг, не найдет на свободном рынке покупателя, согласного на приобретение по номиналу актива, стоящего $D(S_t) < F$. Это и является доказательством убыточности данного действия, что наглядно демонстрируется на рис.4. Кроме того, рынок осудит такую практику эмитента посредством увеличения требований к доходности, снижения градуировки рискованности правительственных облигаций и необходимости проведения тяжелых переговоров о реструктуризации долга.

Обратим внимание на то, что полученное в модели соотношение (28) удовлетворяет известному правилу [25]: стоимость облигации, которая может быть выкуплена досрочно (callable bond), равна стоимости обычной облигации (noncallable bond) и стоимости возможности выкупить ее досрочно (call provisions). В нашей модели номинал - это стоимость callable bond, а стоимость новых заимствований в точке оптимума равна стоимости возможности для правительства брать займы, т.е. величина call provisions, что подтверждает представление долговой политики правительства как колл-опциона. Данное условие выполняется, что существенно, только для точки оптимальной эмиссии сеньоража, где

$$b(S^*) = F + f(S^*) \text{ или } 657,5 = 387,1 + 270,4 \text{ (млрд. руб.)}$$

Величина в 270,4 млрд. руб., строго говоря, не является новым заимствованием, поскольку не подлежит возврату. Это - премия заемщику, т.е. правительству, на которую оно вправе рассчитывать за проведение оптимальной политики в

отношении долга. Физически, так сказать, ее можно реализовать, перепродав номинал по теоретической рыночной цене, равной фундаментальной величине государственного долга.

По сути модель предлагает переоформление государственного долга, соответствующее схеме debt refunding, - выкупа долга и одновременной эмиссии нового долга с пониженной купонной доходностью. Как известно, на практике, если долг имеет call provisions, то реализация подобной схемы в случае снижения рыночной ставки процента приводит к выгоде для эмитента. Конечно, трудно оценить практическую реализуемость переоформления всего государственного долга, хотя, бесспорно, что рост стоимости долга повлек бы, при прочих равных условиях, увеличение спроса на государственные долговые обязательства. В модели условие $f(S^*) = \max_{\{S\}} f(S_t)$ является, скорее, указанием на способность правительст-

ва к полному возврату долга по номиналу и отсутствие платежей по государственным гарантиям возвратности долга, $P(S^*) = 0$.

Следует указать на то, что полученное нами теоретическое значение оптимальной эмиссии денег является достаточно реальным. Напомним, что фактическая эмиссия только за сентябрь-декабрь 1998 г. составила 108,9 млрд. руб., а за период сентябрь-май 1999 г. - 198,8 млрд. руб. Разумеется, увеличение денежной эмиссии, предположим с конца 1997 г., усилило бы давление на курс рубля и имело бы определенные инфляционные последствия, с которыми пришлось бы считаться. Однако это предотвратило бы обвал внутреннего рынка долгов и сопутствующие ему негативные экономические, социальные и политические последствия. Поэтому прямая рекомендация, следующая из данной модели, могла бы заключаться в расширении рублевой эмиссии в сочетании с понижением обменного курса рубля. Эту политику, скорее всего, в совокупности с мерами, направленными на ограничение экспорта капитала, было бы целесообразно предпринять примерно с октября 1997 г., а еще лучше - до того, как прозвучал сигнал тревоги азиатского финансового кризиса.

Заключение

В самом общем виде понятно, что решение проблемы долга как бы лежит на поверхности. Долг, как внутренний, так и внешний, не возвращается, если нет источников его покрытия, т.е. доходов, что справедливо как для частного должника, так и для государства. В такой постановке вся проблема превращается в тупик, но лишь в определенном смысле, ибо, с другой стороны, если есть доходы, то зачем занимать? Ответ на этот «вопрос Полония» о целесообразности долговых заимствований стоит несколько особняком. Он, в частности, был исследован в [26], и в данной работе мы его не будем рассматривать специально, полагая рациональным поведение как эмитента долгов, так и кредиторов.

Предпосылками настоящего исследования являются предположения о рациональности заимствований государства на свободном рынке, с одной стороны, и отсутствии в данный момент доходов, позволяющих полностью погасить долг, с другой. В каждый данный момент эмитент долгов, следовательно, сталкивается с альтернативой: продолжать ли обслуживать долг, делая новые заимствования, если это возможно, либо стабилизировать объем накопленного долга (перестать

занимать на свободном рынке). Если текущие платежи достаточны, то стационарный долг может быть выплачен посредством эмиссии сеньоража, либо налогов, за $T = \frac{1}{r}$ периодов (лет). В отсутствие доходов, достаточных для обслуживания текущих обязательств, следовательно выплаты накопленного долга, неизбежно объявление дефолта по существующему долгу. В свою очередь, продолжение новых заимствований обусловлено возможностью обслуживать накопленный долг, тогда как осуществить дефолт можно в двух вариантах - по внешнему (суверенному) либо по внутреннему долгу.

Для частного должника отсутствие средств для осуществления текущих платежей делает дефолт неизбежностью. Но государство, являясь обычным заемщиком во всех отношениях, обладает, в отличие от частных должников, уникальной способностью расплачиваться по своим долгам, а именно, правом осуществлять эмиссию денег. «Контракт» на купонные выплаты, иными словами объем эмиссии денег, определяется основными параметрами монетарной политики государства, которая, равно как и управление национальным долгом, обычно является прерогативой центрального банка. Разумеется, возможностями денежной эмиссии следует пользоваться с величайшей осторожностью, ибо стоимость денег - их покупательная способность - зависит от количества денег в обращении. Отсюда - и важность выполнения условия: $a = r - \delta$, $\delta > 0$, которое обеспечивает полное возвращение номинала посредством увеличения купонных выплат, исключая при этом возникновение гиперинфляционной ситуации.

Эмиссия сеньоража в оптимальных размерах, способствуя росту рыночной стоимости государственного долга, дает возможность правительству полностью выкупить номинал и стабилизировать долг в наиболее выгодной для себя ситуации. Если государственный долг callable, т.е. обладает признаками досрочного выкупа по заранее оговоренной цене, то, как известно, в случае котировки долга на рынке с премией, его погашение по номиналу для эмитента означает выигрыш. Возможность эмиссии сеньоража в оптимальных размерах существует как в детерминированной, так и в стохастической постановке задачи. В обоих случаях сеньораж действует с неким коэффициентом усиления - обслуживание долга (сеньораж) существенно меньше накопленного долга. Рынок, однако, дает четкий и недвусмысленный сигнал о том, что должник платежеспособен, и долг будет выплачен. В детерминированной задаче (для постоянного потока сеньоража, $S = s$) долг становится стационарным:

$$b^* = \int_0^{\infty} s(\tau) e^{-r\tau} d\tau = \frac{1}{r} s$$

и выплачивается через $T = \frac{1}{r}$ периодов, например лет, если безрисковая (средне-годовая) ставка процента постоянна и непрерывно начисляется. В стохастической задаче порог оптимальной эмиссии сеньоража повышается из-за фактора неопределенности экономических процессов:

$$S^* = \frac{\beta}{\beta - 1} \delta F.$$

Вместе с тем, оптимальный сеньораж S^* позволяет не только выплатить долг, но и получить премию, равную $f(S^*) = b(S^*) - F$, которая, строго говоря, не является заимствованием в том смысле, что не подлежит возврату. Это - своего рода вознаграждение рынком должника за его безупречное поведение, за надежность и честность, если угодно. Она, разумеется, не «манна небесная», не возникает из пустоты и не является бесплатной. Величина премии $[b(S^*) - F] > 0$, с которой продается долг, иными словами, стоимость возможности досрочного выкупа долга по заранее оговоренной цене, call provisions, - следствие увеличения купонных выплат, фундаментальной стоимости долга.

Финансовый рынок вообще, а рынок государственного долга в особенности, - это не только фактические ресурсы, но и возможности [27]. В конце концов, на финансовом рынке торгуются обещания и права на будущие доходы (contingent claims), обусловленные рядом факторов и обстоятельств. Применительно к проблеме выплаты государственного долга данное положение означает следующее. С одной стороны, если выкупать долг по номиналу в данный момент и не требуется, то все равно рынок должен сигнализировать, что объективно такая возможность у должника есть. Подтверждением этому является наличие на свободном рынке покупателей, согласных, пусть даже теоретически, заплатить эмитенту цену, более высокую, чем номинал. В этом случае должник кредитоспособен, ему дают в долг, зачастую по минимальной ставке процента. Поэтому, с другой стороны, возможность брать займы не может быть бесплатной, а является формой вознаграждения рынком эмитента долгов за безупречное поведение. Экономическая история свидетельствует, что такие возможности существуют не везде, не всегда и не для всех. Появление и существование в длительном периоде таких возможностей, следовательно, является квинтэссенцией экономического успеха не только на финансовом, но и на реальном рынках.

* *
*
*
*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рикардо Д. Сочинения¹³⁾, т.2. М.: Госполитиздат, 1941. С. 235.
2. Обзор экономики России / Отв. редактор русского выпуска Э. Б. Ершов. III, 1999.
3. Buchanan J.M. *Public Debt. The New Palgrave's Dictionary on Money and Finance*. L.: The MacMillan Press, 1992.
4. Barro R. *Are Government Bonds Net Wealth?* // *Journal of Political Economy*, 82, November-December, 1974.
5. Рикардо Д. Сочинения, т. 2. М.: Госполитиздат, 1941.
6. Calvo G. *Money, Exchange Rates and Inflation*. Cambridge: The MIT Press, 1996.
7. Turnovsky S. *Methods of Macroeconomic Dynamics*. The MIT Press, 1995.
8. Gertler M., Grinols E. *Monetary Randomness and Investment* // *Journal of Monetary Economics*, 10, 1982.

¹³⁾ Строго говоря, слова, приведенные в эпиграфе, принадлежат не самому Д. Рикардо, а цитируются им из речи Гескиссона в парламенте.

9. Mankiw N. Gregory *The Optimal Collection of Seigniorage: Theory and Evidence* // *Journal of Monetary Economics*, 20, 1987.
10. Amano R. *On the Optimal Seigniorage Hypothesis* // *Journal of Macroeconomics*, Spring, vol. 20, 2, 1998.
11. Bertola G. and Drazen A. *Trigger Points and Budget Cuts: Explaining the Effects of Fiscal Austerity* // *The American Economic Review*, 83, 1993.
12. Miller M. and Zhang L. *Hyperinflation and Stabilisation: Cagan Revisited.* // *The Economic Journal*, 107, March, 1997.
13. Dixit A. and Pindyck R. *Investment under Uncertainty.* Princeton University Press, 1994.
14. Wilmott P. *Derivatives. The Theory and Practice of Financial Engineering.* Chichester: John Wiley & Sons, 1998.
15. Смирнов А.Д. *Оптимальная стабилизация государственного долга.* // *Экономический журнал ВШЭ*, 2, № 1, 1998.
16. Tobin J. *A General Equilibrium Approach to Monetary Theory* // *Journal of Money, Credit and Banking*, 1, 1969.
17. Smirnov A. D. *Optimal Budget and Seigniorage Targeting Policy in a Transition Economy* // *Экономический журнал ВШЭ*, 3, № 4, 1998.
18. Leland H. *Corporate Debt Value, Bond Covenants, and Optimal Capital Structure* // *The Journal of Finance*, vol. XLIX, 4, 1994.
19. Briys E., Bellalah M., Min May H., De Varenne F. *Options, Futures and Exotic Derivatives.* John Wiley & Sons, 1998.
20. Maddala G., In-Moo K. *Unit Roots, Cointegration, and Structural Change.* Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
21. *Обзор экономики России / Отв. редактор русского выпуска Э.Б. Ершов.* Москва, II, 1999.
22. *Экономический журнал Высшей школы экономики*, 2, № 3, 1998. С. 425.
23. *Финансовый кризис и государственный долг.* М.: Институт финансовых исследований, 1999.
24. *Россия в 1998.* М.: Центр экономической конъюнктуры при Правительстве РФ, вып 2, 1998.
25. Livingston M. *Bonds and Bond Derivatives.* Oxford: Blackwell Publishers, 1999.
26. Смирнов А.Д. *Лекции по моделям макроэкономики. Лекция 6. Модель стабилизации государственного долга* // *Экономический журнал ВШЭ*, 3, № 3, 1999.
27. Tobin J. *Money. The New Palgrave's Dictionary on Money and Finance.* L.: The MacMillan Press, 1992.